1.

7. ค่าของ $\cot\left(\frac{\pi}{12}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sqrt{3}$
2. $2\sqrt{3}$
3. $4\sqrt{3}$
4. $\frac{9}{2}$
5. $\frac{15}{2}$

จาก $\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}$ $\therefore$ หาค่า $\tan\theta$ ออกก่อน

แปลง $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \tan\left(\frac{180^\circ}{12}\right) = \tan 15^\circ$

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

$$\tan(15^\circ) = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + (1)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3} - 1}{\cancel{\sqrt{3}}}}{\frac{\sqrt{3} + 1}{\cancel{\sqrt{3}}}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \cdot \boxed{\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}}$$

$\rightarrow$ คูณด้วยคอนจูเกต

$$= \frac{\sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} + 1^2}{\sqrt{3}^2 - 1^2} = \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{2} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \cot 15^\circ = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{1} = 2 + \sqrt{3}$$

หา $\cot 15^\circ - \tan 15^\circ = (2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

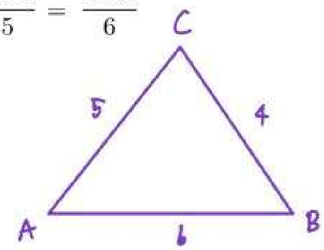
2.

26. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC สอดคล้องกับสมการ

$$\frac{\sin A}{4} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{6}$$

จงหาค่าของ cosA

จากโจทย์วาดเป็นรูป 3 เหลี่ยม



หา cosA จาก $a^2 = b^2 + c^2 - 2ac\cos A$

$4^2 = 5^2 + 6^2 - 2(5)(6)\cos A$

$16 = 25 + 36 - 60\cos A$

$60\cos A = 45$

$\cos A = \frac{45}{60} = 0.75$

3.

9. ผลสำเร็จของ $\dfrac{\sin 2\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos 2\theta}{\sin\theta}$ เท่ากับเท่าใด

1. $\sin\theta$
2. $\cos\theta$
3. $\tan\theta$
4. $\operatorname{cosec}\theta$
5. $\sec\theta$

จาก $\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$

มอง $2\theta = A$, $\theta = B$

$$= \frac{\sin \overset{A}{2\theta} \sin \overset{B}{\theta} + \cos \overset{A}{2\theta} \cos \overset{B}{\theta}}{\cos\theta \sin\theta}$$

$$= \frac{\cos(2\theta - \theta)}{\cos\theta\sin\theta} = \frac{\cos\theta}{\cos\theta\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta$$

4.

10. เซตของจำนวนจริง $x \in [0,\, 2\pi]$ ที่สอดคล้องกับสมการ $\tan(ex) = \tan(e\pi)$ เมื่อ $e \approx 2.718$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับเท่าใด

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 5

จาก $\tan A = \tan B$ ก็ต่อเมื่อ $A = B + n\pi \;,\; n \in I$

จะได้

$$ex = e\pi + n\pi$$

$$x = \pi + \frac{n}{e}\pi$$

หารด้วย e ตลอด

จาก $0 \leq x \leq 2\pi$

จะได้

$$0 \leq \pi + \frac{n}{e}\pi \leq 2\pi$$

คูณด้วย e ตลอด

$$0 \leq e\pi + n\pi \leq 2e\pi$$

หารด้วย π ตลอด

$$0 \leq e + n \leq 2e$$

บวกด้วย $-e$ ตลอด

$$-e \leq n \leq e$$

$$-2.718 \leq n \leq 2.718$$

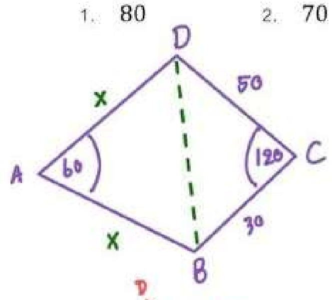
$\therefore$ n ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ได้แก่ $-2, -1, 0, 1, 2$ มีทั้งหมด 5 ตัว

เนื่องจาก $x = \pi + \frac{n}{e}\pi$ แทน n 5 ตัว x ก็จะมี 5 ตัว *

5.

6. รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีมุม A ขนาด 60 องศา ด้านประกอบมุม A ยาวเท่ากัน มุม C เป็นมุมที่อยู่ตรงข้ามมุม A มีขนาด 120 องศา และด้านประกอบมุม C ยาว 30 และ 50 หน่วย ด้าน AB ยาวกี่หน่วย

1. 80 2. 70 3. 60 4. 50 5. 40



x คือด้านประกอบมุม A ที่ยาวเท่ากัน

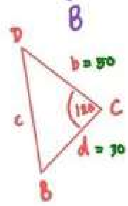
จะได้ $\triangle$ ABD เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

มุมภายใน $\triangle$ $= 180^\circ$

นั่นคือ $A\hat{B}D = A\hat{D}B = \left(\frac{180-60}{2}\right)$

$= 60$

$\therefore$ $\triangle$ ABD เป็น $\triangle$ ด้านเท่า นั่นคือ $BD = X = AB$



หา BD จาก $c^2 = b^2 + d^2 - 2bd\cos C$ $\cos 120^\circ$

$= 50^2 + 30^2 - 2(50)(30)\left(-\frac{1}{2}\right)$

$= 2500 + 900 + 1500 = 4900$

$C = \sqrt{4900}$

$= 70$

$C = BD = AB$

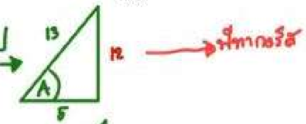
$\therefore AB = 70$

6.

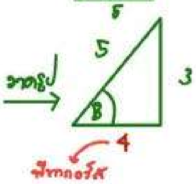
7. $\tan\left(\arccos\left(\frac{5}{13}\right) + \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)\right)$ เท่ากับเท่าใด arc ให้มองเป็นมุมมุมหนึ่ง

1. $-\frac{63}{16}$ 2. $-\frac{7}{40}$ 3. $\frac{9}{8}$ 4. $\frac{32}{25}$ 5. $\frac{63}{20}$

$\arccos\left(\frac{5}{13}\right) = A$ จะได้ $\cos A = \frac{3}{15} \xrightarrow{\text{วาดรูป}}$



$\arcsin\left(\frac{3}{5}\right) = B$ จะได้ $\sin B = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{วาดรูป}}$



จาก $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \dfrac{\frac{12}{5} + \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{12}{5}\right)\left(\frac{3}{4}\right)}$

$$= \dfrac{\frac{48 + 15}{20}}{1 - \frac{36}{20}}$$

$$= \dfrac{\frac{63}{20}}{-\frac{16}{20}} = -\frac{63}{16}$$ #